

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ПОТОКА, ОБТЕКАЮЩЕГО КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР В ОБЛАСТИ ЕГО СОЧЛЕНЕНИЯ С ГЛАДКОЙ СТЕНКОЙ

Левченя А.М., Смирнов Е.М.

*Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, С.-Петербург*

*E-mail: aero@phmf.spbstu.ru*

**Введение.** Известно, что при натекании на трехмерное препятствие движущегося вдоль гладкой стенки потока происходит локальный, обусловленный возникающим перед препятствием встречным градиентом давления, отрыв пограничного слоя, в результате чего поток разворачивается и образуется система обтекающих тело трехмерных вихрей. Форма наблюдаемых вихревых структур зависит от числа Рейнольдса и относительной толщины пограничного слоя в подходящем потоке. Интерес к структуре течения, формирующейся перед препятствием, обусловлен широким кругом приложений - от опорных конструкций до задач турбиностроения. Укажем, например, что особо важные в практическом отношении особенности теплообмена в области сочленения лопатки и торцевой стенки венца высокотемпературной газовой турбины обусловлены сложной вихревой структурой течения в окрестности передней кромки лопатки. Результаты численного моделирования течения в решетке сопловых лопаток при характерных для реальных приложений, весьма высоких числах Рейнольдса [1] показывают, что топология приторцевого потока перед лопаткой зависит от выбранной модели турбулентности, фактически же - от изменяющегося при смене модели уровня эффективной вязкости во внешней части турбулентного пограничного слоя, другими словами - от подходящим образом определенного "эффективного" числа Рейнольдса.

Во многом вопросы, связанные с влиянием числа Рейнольдса на вихревую структуру формирующегося перед препятствием потока, можно прояснить, изучая ламинарное течение в области сочленения кругового цилиндра и пластины (торцевой стенки). Здесь, однако, следует иметь в виду, что наиболее важные изменения в топологии приторцевого потока имеют место при числах Рейнольдса  $Re$ , которые существенно превышают критическое, определяющее условия перехода к нестационарному режиму течения с образованием вихревой дорожки Кармана в следе за цилиндром. Тем самым предопределяется необходимость обращения к трехмерной нестационарной постановке задач при изучении означенных вопросов.

В общем случае на поле течения в области сочленения цилиндра и пластины, помимо числа Рейнольдса и относительной толщины пограничного слоя, влияет и отношение высоты (протяженности) цилиндра  $h$  к его диаметру  $d$ . Наиболее сильно это влияние проявляется в случае цилиндра со свободным концом (торцом). Обзор экспериментальных работ, посвященных исследованию влияния высоты цилиндра со свободным концом на его обтекание, представлен в [2]. Суммарно, во включенных в обзор работах высота цилиндра менялась от  $0,5d$  до  $24d$ , а усилия исследователей концентрировались на изучении особенностей течения за цилиндром в целом и того влияния, которое перетекание потока через свободный торец оказывает на образование вихрей в следе за препятствием и его сопротивление. Влияние высоты цилиндра со свободным концом на вихревые структуры в пограничном слое сколько-нибудь детально не освещается; соответственно, остается открытым и вопрос о значении параметра  $h/d$ , начиная с которого цилиндр можно условно считать бесконечно длинным. Отметим также, что в обзоре [2] основное внимание уделено работам, посвященным исследованиям турбулентного течения.

Эффекты, обусловленные перетеканием потока через торец цилиндра, устраняются, если цилиндр находится между двумя пластинами (торцевыми стенками). В этом случае в задаче возникает параллельная пластинам плоскость симметрии, а ответ на вопрос о том, достаточна ли высота цилиндра для исключения ее влияния на приторцевое течение, можно получить, оценивая отношение полувысоты цилиндра к толщине вытеснения  $\delta^*$  пограничного слоя перед ним. Расчеты [3] показали, что размеры образующихся пристенных вихревых структур почти не зависят от  $h$ , если полувысота цилиндра превышает  $10\delta^*$ .

Экспериментальные исследования ламинарного течения в области сочленения цилиндра и пластины весьма малочисленны, основное внимание уделялось визуализации течения в средней продольной плоскости, проходящей через ось цилиндра, [4]. Значительно шире круг расчетных работ, освещенных, отчасти, в обзоре [3]. Схемы, поясняющие возможные варианты топологии вихревых структур, приведены в работе [5].

Отправной точкой для настоящего исследования послужило рассмотрение результатов трех расчетных работ [6-8], посвященных изучению течения в области сочленения цилиндра и пластины с близкими значениями определяющих параметров. Во всех трех работах анализировалось обтекание цилиндра высотой  $4d$  или  $6d$ , находящегося между двумя пластинами, при двух значениях  $Re$ : составляющих 500 и 1500 при расчете по диаметру цилиндра и скорости  $U_{in}$  в ядре потока на входе в расчетную область. Расчеты выполнялись в предположении о симметрии течения относительно обеих продольных срединных плоскостей.

При этом, очевидно, из рассмотрения изначально исключались эффекты, обусловленные формированием вихревой дорожки Кармана. Соответствующее обоснование принятой постановки в работах [6-8] не приводится. Настоящее исследование, выполненное на основе трехмерной нестационарной постановки задачи, направлено, с одной стороны, на устранение данного пробела, а с другой - на получение уточненных расчетных данных о поле приторцевого течения, формирующегося перед цилиндром.

**Постановка задачи.** На основе модели несжимаемой вязкой жидкости с постоянными физическими свойствами рассматривается ламинарное автоколебательное обтекание цилиндра, который закреплен между двумя торцевыми стенками, находящимися на расстоянии  $6d$  друг от друга. Течение полагается симметричным относительно срединной плоскости, параллельной пластинам. Схема течения и общий вид расчетной области показаны на рис.1. Ось  $X$  декартовой системы координат направлена вдоль натекающего на цилиндр потока, ось  $Y$  - поперек потока, а ось  $Z$  параллельна оси цилиндра.

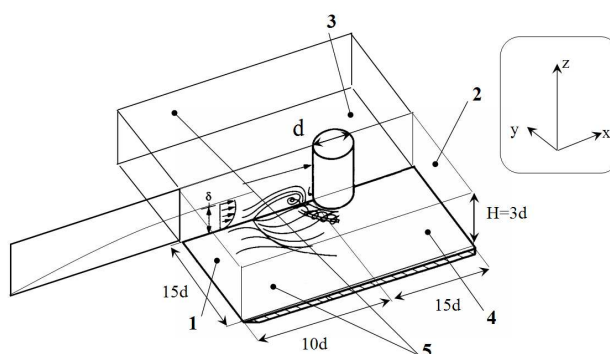


Рис.1. Схема течения и расчетная область: 1 - входная граница; 2 - выходная граница; 3 - верхняя граница (плоскость симметрии); 4 - торцевая стенка; 5 - боковые границы (плоскости симметрии).

Расчетная область имеет форму прямоугольного параллелепипеда, ребра которого параллельны осям системы координат. Входное сечение расчетной области располагается на расстоянии  $10d$  выше по потоку от цилиндра, а выходная граница - на расстоянии  $14d$  от задней критической точки цилиндра. Расстояние от оси цилиндра до боковых границ  $Y=\text{const}$  выбрано равным  $15d$ . На боковых границах задаются условия симметрии, что, фактически, трансформирует исходную задачу в ее аналог для течения через сильно разреженную решетку цилиндров. Предварительные методические расчеты показали, что дальнейшее увеличение размера расчетной области вдоль оси  $Y$  практически не влияет на основные количественные характеристики вихревых структур, развивающихся перед цилиндром: отличие значений, полученных при выбранном размере расчетной области, от асимптотических, соответствующих случаю одиночного цилиндра, составляет менее одного процента.

На торцевой стенке и на поверхности цилиндра ставилось условие прилипания. Во входном сечении расчетной области задавалось распределение скорости, предварительно полученное в результате численного решения задачи о развитии двумерного пограничного слоя. На выходной границе, расположенной на расстоянии  $14d$  от задней критической точки цилиндра, накладывалось условие постоянного статического давления.

По аналогии с работами [6-8] течение в области сочленения анализируется при значениях  $Re$ , составляющих 500 и 1500. Относительная толщина вытеснения пограничного слоя  $\delta^*/d$  вблизи цилиндра менялась от 0,17 до 0,3; фактически, эти значения определяют толщину невозмущенного цилиндром двумерного пограничного слоя, которая достигалась бы к месту установки цилиндра в случае его отсутствия. При полувысоте цилиндра  $H=h/2=3d$  указанный интервал варьирования параметра  $\delta^*/d$  соответствует изменению отношения  $H/\delta^*$  от 18 до 10, что находится в пределах применимости отмеченного выше условия достаточности приближения к модели бесконечно длинного цилиндра.

**Вычислительные аспекты задачи.** Расчеты выполнены на основе системы нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса. Для их проведения использовался программный комплекс SINF [9], разработанный сотрудниками кафедры гидроаэродинамики СПбГПУ. Этот программный комплекс основан на методе конечных объемов второго порядка пространственной дискретизации и позволяет рассчитывать стационарные и нестационарные течения несжимаемой жидкости или газа, развивающиеся в областях сложной геометрии, при покрытии последних многоблочными структурированными сетками.

В настоящих расчетах для продвижения по физическому времени использовалась трехслойная неявная схема с дискретизацией временной производной, соответствующей второму порядку точности:

$$\frac{3\vec{f}^{N+1} - 4\vec{f}^N + \vec{f}^{N-1}}{2\Delta t} + \vec{L}^{N+1} = 0$$

Здесь  $\vec{f}$  - вектор переменных,  $\vec{L}$  - пространственный оператор,  $N$  - номер временного слоя,  $\Delta t$  - шаг по времени. На каждом новом шаге по физическому времени организуется итерационный процесс по методу искусственной сжимаемости. Для расчета конвективных потоков использовалась опция, реализующая противопоточную схему QUICK.

Расчетная сетка строилась из блоков Н- и О-типа. В плоскости XY сгущение сетки в окрестности цилиндра выполнялось таким образом, чтобы размеры ячейки в области образования подковообразного вихря были близки к  $0,04d$ . Трехмерная сетка была получена трансляцией вдоль оси Z двумерной многоблочной сетки, покрывающей плоскость XY. Сетка содержала 42 ячейки по направлению изменения Z. Высота ячейки у торцевой стенки составляла  $0,0056d$ , что обеспечивает разрешение пограничного слоя в области подковообразного вихря примерно на двадцати ячейках; поперечный размер ячеек, ближайших к поверхности цилиндра, не превышал этого значения. Базовая сетка для полной расчетной области состояла из 720 тысяч ячеек. Исследование сеточной сходимости привело к заключению о достаточной измельченности сетки: например, расстояние  $\lambda_s$  между точкой отрыва пограничного слоя и поверхностью цилиндра в срединной плоскости рассчитывается на базовой сетке с погрешностью менее 1%.

**Результаты расчетов.** С целью изучения влияния нестационарных процессов, обусловленных, прежде всего, поочередным сходом вихрей с двух сторон цилиндра и образованием дорожки Кармана, на течение в области сочленения цилиндра и пластины, были проведены вычисления для полной, показанной на рис.1 расчетной области при  $Re=1500$  и  $\delta^*/d=0,23$ . Расчеты выполнялись с шагом 0,1 по безразмерному времени (масштаб времени определен как отношение диаметра цилиндра к скорости набегающего потока). По завершении начального периода развития автоколебаний и, соответственно, выхода на статистически установившийся режим течения, вычисления были продолжены в течение 140 единиц безразмерного времени; полученные данные использовались для анализа поля течения и вычисления средних величин.

На рис.2 для трех плоскостей, параллельных торцевой пластине, показаны картины изолиний среднеквадратичной величины пульсаций Y-компоненты скорости,  $(\langle v^2 \rangle)^{1/2}$ , отнесенной к  $U_{in}$ . Видно, что в следе за цилиндром интенсивность пульсаций, при общем уменьшении в направлении к пластине, сохраняется весьма значительной даже в плоскости  $Z=0,025d$ , лежащей глубоко в пограничном слое, характерная толщина которого для данного варианта близка к  $d$ . Примечательно также, что проникновение сколь угодно существенных пульсаций в область перед цилиндром выражено именно для пограничного слоя, а не для ядра потока.

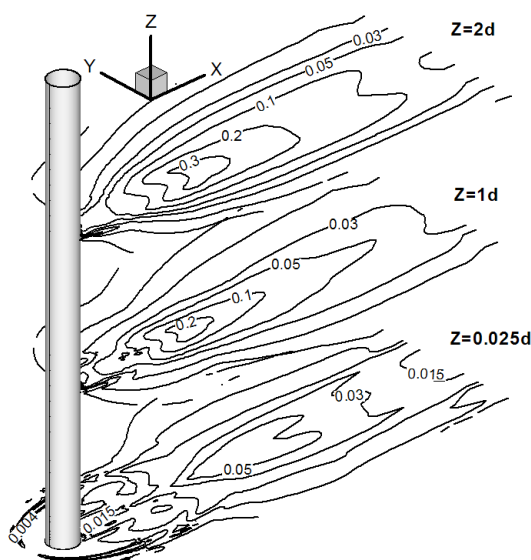


Рис.2. Изолинии среднеквадратичной величины пульсаций Y-компоненты скорости в трех сечениях, параллельных торцевой стенке (масштаб изображения вдоль оси Z увеличен).

Рис.3 иллюстрирует картину течения перед цилиндром, в области формирования основного подковообразного вихря и вторичных вихревых структур. Здесь, для средней продольной плоскости, проходящей через ось цилиндра ( $Y=0$ ), показана картина изолиний среднеквадратичной, нормированной на  $U_{in}$ , величины пульсаций X-компоненты скорости,  $(\langle u^2 \rangle)^{1/2}$ , наложенная на осредненное поле векторов скорости. За пределами пограничного слоя уровень пульсаций может быть оценен величиной  $(\langle u^2 \rangle)^{1/2} \approx 0,001$ . Локальное увеличение интенсивности пульсаций X-компоненты скорости наблюдается в области, находящейся между центром основного подковообразного вихря и торцевой стенкой, с достижением максимального значения  $(\langle u^2 \rangle)^{1/2}$  около 0,015. Дополнительный анализ показывает, что локальный максимум пульсаций нормальной к пластине, Z-компоненты скорости располагается на большем расстоянии от пластины, непосредственно у центра подковообразного вихря; при этом нормированное значение  $(\langle w^2 \rangle)^{1/2}$  составляет около 0,01. Таким образом, можно заключить, что основной подковообразный вихрь колеблется, преимущественно, в нормальном к пластине направлении.

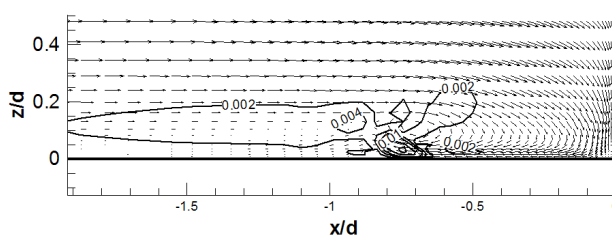


Рис.3. Картина изолиний среднеквадратичной величины пульсаций X-компоненты скорости в сечении  $Y=0$ , наложенная на осредненное поле векторов скорости в области перед цилиндром.

В целом же приведенные данные свидетельствуют о том, что интенсивность пульсаций скорости в области перед цилиндром относительно невелика. В отличие от сильно несимметричной картины течения в следе за цилиндром, наблюдаемой для большинства моментов времени, вихревые структуры в области перед цилиндром всегда практически симметричны относительно срединной плоскости  $Y=0$ . Величины, количественно характеризующие положение и размеры вихревой структуры, меняются слабо: в частности, расстояние  $\lambda_s$  между точкой отрыва пограничного слоя и поверхностью цилиндра, изменяется не более чем на 1,5%. Все это, применительно к вопросам, встающим при изучении образующихся перед цилиндрами вихревых структур, дает основание для перехода к постановке, изначально предполагающей симметрию течения относительно срединной плоскости, и, соответственно, к проведению расчетов только в половине области. Здесь следует сразу же отметить, что наши расчеты, выполненные на основе нестационарной постановки, и в случае данной, принудительной симметризации течения, свидетельствуют о возможности развития автоколебаний в следе за цилиндром, как в случае  $Re=1500$ , так и при  $Re=500$ . Эти колебания возникают по причине неустойчивости слоя смещения на границе отрывной зоны и проходящего потока. В следе за цилиндром эти колебания существенно менее интенсивны по сравнению с пульсациями, развивающимися при образовании вихревой дорожки Кармана. Вместе с тем расчеты показывают, что в постановке с принудительной симметризацией течения, амплитуда колебаний координаты  $\lambda_s$  точки отрыва остается приблизительно той же, что и в исходной постановке, а среднее значение  $\lambda_s$  увеличивается на 4%.

Численные решения, показывающие влияние определяющих параметров на вид формирующихся перед цилиндром вихревых структур, получены для половинной расчетной области. Ниже иллюстрируются результаты для четырех вариантов. В первых двух (варианты I и II) распределение скорости на входной границе расчетной области задавалось, вслед за работами [6-8], таким образом, чтобы толщина пограничного слоя  $\delta_{99\%}$  на расстоянии  $x=20d$  перед цилиндром составляла бы  $0,1d$ . При этом отношение  $\delta^*/d$  в месте расположения передней кромки цилиндра (в случае его отсутствия) составляет 0,27 для варианта I ( $Re=500$ ) и 0,17 для варианта II ( $Re=1500$ ). Расчетные варианты III и IV (для обоих из них  $Re=1500$ ), соответствуют случаю утолщенного входного пограничного слоя: отношение  $\delta^*/d$  составляет, соответственно, 0,23 и 0,30. Заметим, что набор определяющих параметров для варианта III - тот же, что и в случае вычислений для полной расчетной области.

Для всех четырех вариантов на рис.4 иллюстрируются картины линий тока в плоскости симметрии, проходящей через ось цилиндра, и предельные (донные) линии тока на торцевой стенке. Для течения, формирующегося при  $Re=500$  (вариант I), характерна простая топология течения - с одним подковообразным вихрем; его центр в данном случае расположен на расстоянии  $0,5d$  от поверхности цилиндра. Точка отрыва пограничного слоя находится на расстоянии  $\lambda_s=1,4d$  от поверхности цилиндра; линия трехмерного отрыва (разделения потоков) отчетливо видна на рисунке справа. Кроме того, на обоих рисунках виден угловой вихрь, размер которого в плоскости симметрии составляет приблизительно  $0,05d$ .

При переходе к случаю  $Re=1500$  картина течения существенно усложняется. Результаты для варианта II показывают, что в глубине пограничного слоя, почти под центром основного подковообразного вихря, зарождается вторичный пристенный вихрь, направление вращения жидкости в котором противоположно по отношению к основному вихрю. След вторичного вихря проявляется и на предельных линиях тока. Выше по потоку от подковообразного вихря, на линии, соединяющей внутреннюю седловую точку и точку отрыва, зарождается третичный вихрь. По сравнению со случаем  $Re=500$ , линия трехмерного отрыва пограничного слоя сильнее отодвинута от препятствия, несмотря на то, что в варианте II характерное отношение  $\delta^*/d$  несколько уменьшено. При увеличении толщины пограничного слоя и постоянном значении  $Re$  (варианты III и IV) постепенно растет интенсивность всех вихрей; при этом след вторичного вихря раздваивается. "Тонкое" взаимодействие вихревых структур, рассчитанных в вариантах III и IV, предопределяет чувствительность значений координат их центров к возмущениям, идущим из областей снизу по потоку. Напомним, что именно в точках, находящихся между вторичным и основным вихрем наблюдаются наибольшие по области перед цилиндром пульсации скорости (рис.3).

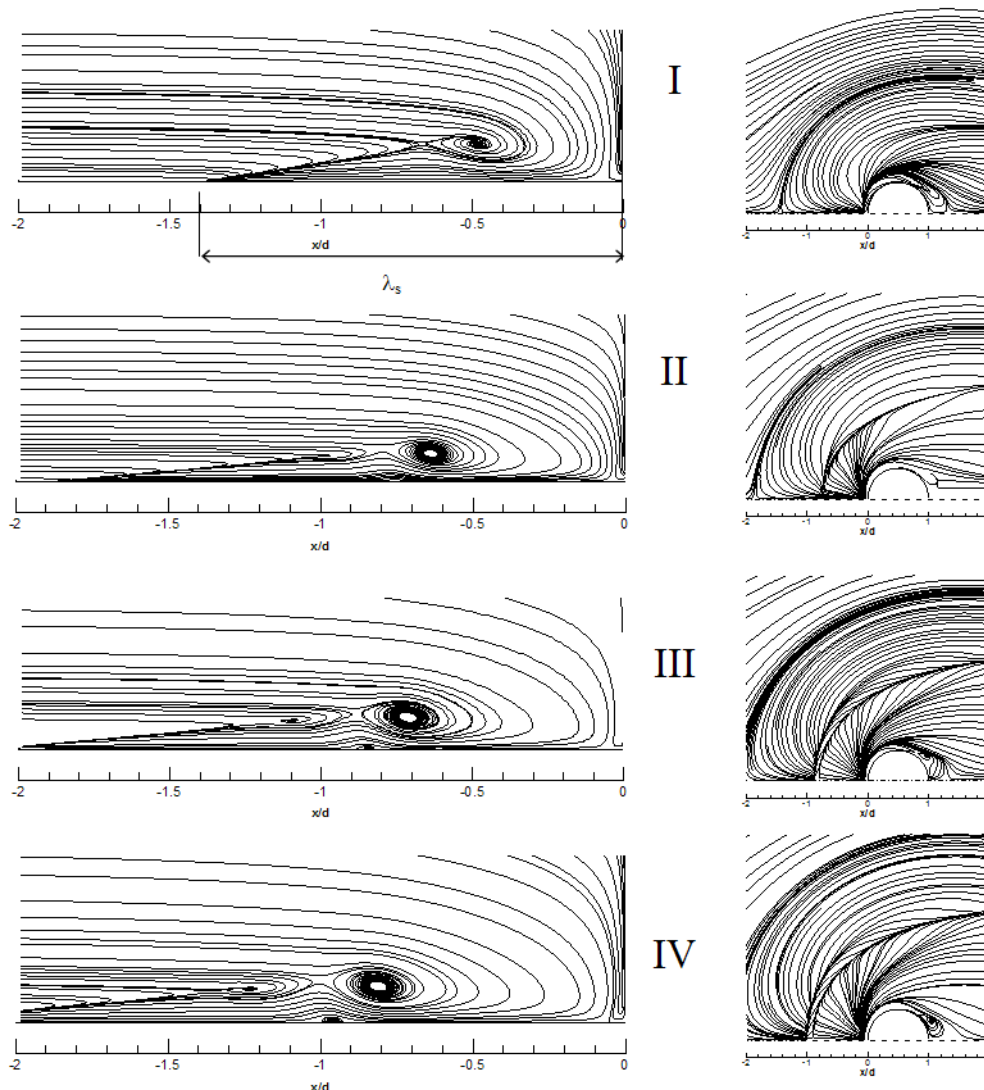


Рис.4. Результаты расчетов для вариантов I-IV (с принудительной симметризацией течения относительно плоскости  $Y=0$ ): слева - линии тока в плоскости симметрии, справа - донные линии тока на торцевой стенке.

В заключение отметим, что структура течения, рассчитанного для данных вариантов, соответствует полученной в экспериментах [4] и в расчетах других авторов [6-8]. Проведенные расчеты попутно выявили и образование областей с замкнутыми предельными линиями тока в ближнем следе за цилиндром. Наиболее отчетливо эти области, образующие в силу симметрии пару "кошачьих глаз", видны на картине предельных линий тока, полученной для варианта IV (рис.4).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левченя А.М., Рус В.В., Смирнов Е.М. Тестирование моделей турбулентности применительно к расчетам трехмерного течения и торцевого теплообмена в решетках утолщенных сопловых лопаток. // Четвертая Российская Национальная Конференция по Теплообмену. Труды конференции. Том II (Вынужденная конвекция однофазной жидкости). - М.: Изд-во МЭИ, 2006. Стр. 167-170.
2. Pattenden R. J., Turnock S. R., Zhang X. Measurements of the flow over a low-aspect-ratio cylinder mounted on a ground plane // Experiments in Fluids, 2005. Vol.39: pp. 10-21.
3. Ballio F., Bettoni C., Franzetti S. A Survey of time-averaged characteristics of laminar and turbulent horseshoe vortices. // ASME Journal of Fluids Engineering, New York, USA, 1998, Vol. 120, n. 2, 233-242.
4. Coon M.D., Tobak M. Experimental Study of Saddle Point of Attachment in Laminar Junction Flow // AIAA Journal. 1995, Vol. 33, No. 12 (December), pp.2288-2292.
5. Ballio F., Franzetti S. Topological analysis of a junction vortex flow // Proceedings of Advances in Fluid Mechanics 2000, Montreal, Canada, 24-26 May, ISBN 1-85312-813-9, WIT Press, Southampton, 255-264.
6. Visbal M.R. Structure of Laminar Junction Flows // AIAA Journal. 1991, Vol.29, No. 8 (June), pp.1273-1282.
7. Hung Ching-Mao, Sung Chao-Ho, Chen Chung-Lung. Computation of Saddle Point of Attachment // AIAA Journal. 1992. Vol. 30, No. 6 (June), pp.1561-1569.
8. Chen Chung-Lung, Hung Ching-Mao. Numerical Study of Junction Flows // AIAA Journal. 1992. Vol. 30, No. 7 (June), pp.1800-1807.
9. Смирнов Е.М., Зайцев Д.К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // Научно - технические ведомости СПбГПУ. - 2004. - с. 3. - с. 70-81.